



## 2023年度入学試験問題

# 数学

(数学I・数学II・数学A・数学B)

## 注意

- 1 問題冊子は1冊(2ページ), 解答用紙は4枚, 下書き用紙は3枚です。
- 2 試験中に問題冊子の印刷不鮮明, ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等により解答できない場合は, 手を高く挙げて監督者に知らせなさい。
- 3 すべての解答用紙の受験番号記入欄2箇所に受験番号を正しく記入しなさい。
- 4 解答は指定された解答用紙の解答欄に書きなさい。なお, 裏面には書かないこと。また, 答だけではなく途中の手順や考え方も記述しなさい。
- 5 試験終了後, 問題冊子と下書き用紙, 及び解答用紙の表紙は必ず持ち帰り下さい。

3

座標空間において、3点  $O(0, 0, 0)$ ,  $A(1, 1, 0)$ ,  $B(1, -1, 0)$  がある。 $r$  を正の実数とし、点  $P(a, b, c)$  が条件  $AP = BP = rOP$  を満たしながら動くとする。以下の問い合わせよ。

- (1)  $r = 1$  のとき、 $OP$  が最小になるような  $a, b, c$  を求めよ。
- (2)  $r = \frac{\sqrt{3}}{2}$  のとき、 $a$  のとりうる値の範囲を求めよ。
- (3)  $r = \frac{\sqrt{3}}{2}$  のとき、内積  $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{AP}$  の最大値と最小値を求めよ。

1

放物線  $C : y = x^2$  上を動く2点  $P(s, s^2)$ ,  $Q(t, t^2)$  を考える。ただし、 $s < 0 < t$  とする。P を通り、P におけるCの接線と垂直に交わる直線を  $\ell_P$  とする。また、Q を通り、Q におけるCの接線と垂直に交わる直線を  $\ell_Q$  とする。さらに、 $\ell_Q$  は  $\ell_P$  と垂直に交わるとする。以下の問い合わせよ。

- (1)  $\ell_P$  の方程式を  $s$  を用いて表せ。
- (2)  $\ell_Q$  の方程式を  $s$  を用いて表せ。
- (3)  $\ell_P$  と  $\ell_Q$  の交点を  $R(x_0, y_0)$  とする。 $x_0, y_0$  を  $s$  を用いて表せ。
- (4) (3) の  $y_0$  が最小となる  $s$  の値を求めよ。

2

数列  $\{a_n\}$  を  $a_1 = 1, a_{n+1} = 7a_n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) で定める。以下の問い合わせよ。ただし、 $\log_{10} 2 = 0.3010, \log_{10} 3 = 0.4771, \log_{10} 7 = 0.8451$  とする。

- (1)  $a_n$  が 89 衡の整数となるとき、 $n$  を求めよ。
- (2)  $n$  を (1) で求めたものとする。 $a_n$  の 1 の位の数字を求めよ。
- (3)  $n$  を (1) で求めたものとする。 $a_n$  の最高位の数字を求めよ。

4

箱の中に、1から3までの数字を書いた札がそれぞれ3枚ずつあり、全部で9枚入っている。A, B の2人がこの箱から札を無作為に取り出す。A が2枚、B が3枚取り出すとき、以下の問い合わせよ。

- (1) A が持つ札の数字が同じである確率を求めよ。
- (2) A が持つ札の数字のいずれかが、B が持つ札の数字のいずれかと同じである確率を求めよ。