

## 2022年度入学試験問題

# 数 学

(数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学A・数学B)

### 注 意

- 1 問題冊子は1冊(2ページ)、解答用紙は4枚、下書き用紙は3枚です。
- 2 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等により解答できない場合は、手を高く挙げて監督者に知らせなさい。
- 3 すべての解答用紙の受験番号記入欄2箇所に受験番号を正しく記入しなさい。
- 4 解答は指定された解答用紙の解答欄に書きなさい。裏面は採点の対象になりません。また、答だけではなく途中の手順や考え方も記述しなさい。
- 5 試験終了後、問題冊子と下書き用紙は必ず持ち帰りなさい。

数 学 (数学 I・数学 II・数学 A・数学 B)

1

ハート, スペード, クラブ, ダイアの各マークのついた「A (エース)」, 「2」, 「3」のカードがそれぞれ1枚ずつ箱に入っている。カードは全部で12枚である。この箱から1枚ずつ無作為に取り出して, 12枚のカードを横一列に並べる。以下の問いに答えよ。

- (1) 「A (エース)」のカードが4枚連続して並ぶ確率を求めよ。
- (2) どの2枚の「A (エース)」のカードも連続して並ばない確率を求めよ。
- (3) 「A (エース)」のカードの連続した並びが生じ, かつ, 「A (エース)」のカードが3枚以上は連続して並ばない確率を求めよ。

2

三角形 ABC において, 各辺の長さを  $BC = a$ ,  $CA = b$ ,  $AB = c$  とし,  $a^2 = 5 - \sqrt{2} - \sqrt{6}$ ,  $b^2 = 1$ ,  $c^2 = 4$  とする。以下の問いに答えよ。

- (1)  $\cos \angle BAC$  の値を求めよ。
- (2) 三角形 ABC の面積  $S$  を求めよ。
- (3)  $\angle BAC$  の大きさを求めよ。

3

数列  $\{a_n\}$  を

$$a_1 = 1, a_{n+1} = \frac{1}{2 + a_n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で, 数列  $\{b_n\}$ ,  $\{c_n\}$  を

$$b_1 = c_1 = 1, b_{n+1} = c_n, c_{n+1} = b_n + 2c_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定める。以下の問いに答えよ。

- (1) すべての自然数  $n$  について  $a_n = \frac{b_n}{c_n}$  が成り立つことを示せ。
- (2) 数列  $\{ab_n - c_n\}$  が等比数列となるような実数  $a$  をすべて求めよ。
- (3) 数列  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$ ,  $\{c_n\}$  の一般項をそれぞれ求めよ。

4

$a$  を実数とし, 座標平面上の曲線

$$C: y = x^3 + (a+2)x^2 + 2ax + 2$$

を考える。以下の問いに答えよ。

- (1)  $a$  がどのような値をとっても曲線  $C$  は2つの定点を通る。その2点の座標を求めよ。
- (2) (1) で求めた2点のうち,  $x$  座標の小さい方を点 A, もう一方を点 B とし, その2点を通る直線を  $L$  とする。曲線  $C$  と直線  $L$  が異なる3点で交わり, その交点がすべて線分 AB 上にあるような  $a$  の値の範囲を求めよ。
- (3)  $a$  の値が (2) で求めた範囲にあるとする。このとき, 曲線  $C$  と (2) で定めた直線  $L$  で囲まれた部分の面積  $S(a)$  の最小値を求めよ。