

## 2021年度入学試験問題

# 数 学

(数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学A・数学B)

### 注 意

- 1 問題冊子は1冊(2ページ)、解答用紙は4枚、下書き用紙は3枚です。
- 2 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等により解答できない場合は、手を高く挙げて監督者に知らせなさい。
- 3 すべての解答用紙の受験番号記入欄2箇所受験番号を正しく記入しなさい。
- 4 解答は指定された解答用紙の解答欄に書きなさい。裏面は採点の対象になりません。また、答だけでなく途中の手順や考え方も記述しなさい。
- 5 試験終了後、問題冊子と下書き用紙は必ず持ち帰りなさい。

1

2 つのチーム S と T が野球の試合を繰り返し行い、先に 4 勝したチームを優勝とする。第 1, 2, 6, 7 戦は S のホームゲームであり、第 3, 4, 5 戦は T のホームゲームである。S のホームゲームで S が勝つ確率は  $\frac{3}{5}$  であり、T のホームゲームで T が勝つ確率は  $\frac{5}{6}$  とする。各試合で引き分けはないものとするとき、以下の問いに答えよ。

- (1) どちらかの優勝が決まるまでに S が 1 勝以上する確率を求めよ。
- (2) T のホームゲームで T が優勝する確率を求めよ。
- (3) 第 1, 2 戦とも S が勝ち、かつ S が優勝する確率を求めよ。

2

$xy$  平面上の  $x$  座標と  $y$  座標が共に正の整数である点  $(x, y)$  全体の集合を  $D$  とする。 $D$  に属する点  $(x, y)$  に対して  $x + y$  が小さいものから順に、また  $x + y$  が等しい点の中では  $x$  が小さい順に番号をつけ、 $n$  番目 ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) の点を  $P_n$  とする。例えば、 $P_1, P_2, P_3$  の座標は順に  $(1, 1), (1, 2), (2, 1)$  である。このとき、以下の問いに答えよ。

- (1) 座標が  $(2, 4)$  である点は何番目か。また、 $P_{10}$  の座標を求めよ。
- (2) 座標が  $(n, n)$  である点の番号を  $a_n$  とする。数列  $\{a_n\}$  の一般項を求めよ。
- (3) (2) で定めた数列  $\{a_n\}$  に対し、 $\sum_{k=1}^n a_k$  を求めよ。

3

以下の問いに答えよ。

- (1)  $n$  が整数のとき、 $n$  を 6 で割ったときの余りと  $n^3$  を 6 で割ったときの余りは等しいことを示せ。

- (2) 整数  $a, b, c$  が条件

$$a^3 + b^3 + c^3 = (c + 1)^3 \quad (*)$$

を満たすとき、 $a + b$  を 6 で割った余りは 1 であることを示せ。

- (3)  $1 \leq a \leq b \leq c \leq 10$  を満たす整数の組  $(a, b, c)$  で、(2) の条件 (\*) を満たすものをすべて求めよ。

4

2 次関数  $y = f(x)$  のグラフが 2 点  $(1, 1), (-1, -1)$  を通るとする。このとき、以下の問いに答えよ。

- (1) 放物線  $y = f(x)$  の頂点の  $x$  座標が  $x > 0$  の範囲にあるとき、頂点の  $y$  座標の最小値を求めよ。
- (2) 放物線  $y = f(x)$  の頂点の  $y$  座標が  $0 \leq y \leq 2$  の範囲にあるとき、この放物線と直線  $y = x$  で囲まれた図形の面積の最大値と最小値を求めよ。